



Institución Educativa Monseñor Ramón Arcila
Sede Central. Grado 9-1, 9-2, 9-3 Álgebra.
Talleres 28 de septiembre al 2 de octubre de 2020
DOCENTE ERIKA MARTÍNEZ
Teorema de Pitágoras

INSTRUCCIONES TALLERES ÁLGEBRA 9° TEOREMA DE PITÁGORAS SEMANA 28 AL SEPTIEMBRE AL 2 DE OCTUBRE DE 2020

SUPERACIÓN PRIMER Y SEGUNDO PERIODO ¡sigo esperando que envíen sus talleres!

Desarrolle las actividades dejadas en el primer y segundo periodo y envíe lo más pronto posible a su docente al correo erikamartinez@ieramonarcilacali.edu.co. Llene también los formularios online. Todos los talleres y formularios online a desarrollar se encuentran disponibles en la página web <https://sites.google.com/view/resolucionproblemasmatematicos/p%C3%A1gina-principal>. En la página de la institución educativa también están los talleres <https://www.ieramonarcila.edu.co/erika-martinez/> y en el grupo de Facebook de su grado. Si no pudo entrar al sitio web, ni abrir los enlaces para responder los talleres, ni puede enviar correos electrónicos por favor escriba a su docente a través del Messenger o el WhatsApp 3023233738.

Paso 1. Ingrese a la página web

Ingresa a la página web **resoluciónproblemasmatematicos**. En esta página web encontrará los talleres, evaluación, videos y explicación tanto de los talleres del 17 de marzo como de los nuevos trabajos asignados. Copie el enlace en la barra de búsqueda. <https://sites.google.com/view/resolucionproblemasmatematicos/p%C3%A1gina-principal>



Al ingresar a la página web Resolución de Problemas Matemáticos 9° encontrará los enlaces **Página principal, Conocimientos Previos, Lectura de Problemas Verbales, Fraccionarios, Ecuaciones Lineales**. Si se encuentra al día ingrese a **Ecuaciones Lineales** y escoja **Resolución de problemas usando ecuaciones lineales**. Siga las indicaciones de la página y realice el formulario online. Luego, accede al menú y escoja **Teorema de Pitágoras**.

Si no puede acceder siga el **paso 2**. Toda la información consignada en este taller estará en la página web.

Paso 2

1. **Formulario online Plan Lector Resolución de Problemas usando Ecuaciones Lineales:** ingrese el siguiente link <https://forms.gle/T7qSz8obJKcJgSYX7> para contestar este formulario online. Se recomienda resolver primero los talleres de ecuaciones lineales 1,2 y 3 antes de contestar.

2. TEOREMA DE PITÁGORAS

CONOCIMIENTOS PREVIOS

Antes de empezar este taller vamos a repasar los conceptos de **potenciación** y **radicación**.

Puede ayudarse con los siguientes vídeos antes de empezar la lectura.

<https://www.youtube.com/watch?v=vwzZEB0SzCI&t=218s>

<https://www.youtube.com/watch?v=1LO2V0a4izc>

https://www.youtube.com/watch?v=g9JDWZ_Ko4s

https://www.youtube.com/watch?v=zt_oToDP5OY

La **potenciación** es una multiplicación abreviada de factores iguales.

$$\text{base} \leftarrow 2^3 = 8 \rightarrow \text{potencia}$$

Base: Es el factor que se repite

Exponente: Indica el número de veces que se repite la base.

Potencia: Es el resultado de la multiplicación.

Veamos los ejemplos:

$$2^3 = (2)(2)(2) = 8$$

$$(-5)^2 = (-5)(-5) = 25$$

$$(0.1)^3 = (0.1)(0.1)(0.1) = 0.001$$

$$(-3)^3 = (-3)(-3)(-3) = -27$$

$$9^1 = 9$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^4 = \left(\frac{2}{3}\right)\left(\frac{2}{3}\right)\left(\frac{2}{3}\right)\left(\frac{2}{3}\right) = \frac{(2)(2)(2)(2)}{(3)(3)(3)(3)} = \frac{16}{81}$$

$$\left(-\frac{5}{7}\right)^2 = \left(-\frac{5}{7}\right)\left(-\frac{5}{7}\right) = \frac{25}{49}$$

Actividad 1: Calcule las siguientes potencias.

1 $(-1)^{11} =$ _____

2 $-5^4 =$ _____

3 $1^{15} =$ _____

4 $(-1)^{26} =$ _____

5 $\left(-\frac{4}{3}\right)^3 =$ _____

6 $\left(\frac{1}{2}\right)^5 =$ _____

1 $\left(-\frac{3}{4}\right)^3 =$ _____

2 $\left(\frac{1}{8}\right)^2 =$ _____

3 $\left(-\frac{2}{9}\right)^2 =$ _____

4 $- \left(-\frac{1}{2}\right)^5 =$ _____

5 $\left(-\frac{1}{3}\right)^6 =$ _____

Actividad 2: Complete la siguiente tabla.

Productos de factores iguales	Potenciación	Base	Exponente	Potencia (resultado)
$8 \times 8 \times 8$	$8^3 = 512$	8	3	512
$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$				
		5	4	
		3		27
	$5^5 = 3125$			
$\left(-\frac{2}{3}\right) \times \left(-\frac{2}{3}\right) \times \left(-\frac{2}{3}\right) \times \left(-\frac{2}{3}\right)$				

En la **radicación** realizamos la operación inversa a la potenciación.

$$\sqrt[n]{b} = a \text{ porque } a^n = b$$

n se llama **índice**, **b** se llama **cantidad subradical**, y **a** se llama raíz.

Veamos los ejemplos,

$$\sqrt[3]{8} = 2 \text{ porque } 2^3 = 8$$

$$\sqrt{\frac{49}{36}} = \frac{\sqrt{49}}{\sqrt{36}} = \frac{7}{6} \text{ porque } \left(\frac{7}{6}\right)^2 = \frac{49}{36}$$

Actividad 3: Escriba el número que corresponde en cada caso.

1 $\sqrt{81} = \square$ porque $\square^2 = 81$

2 $\sqrt[3]{?} = 5$ porque $5^3 = \square$

3 $\sqrt{64} = \square$ porque $\square^2 = 64$

4 $\sqrt{?} = 15$ porque $15^2 = \square$

5 $\sqrt[3]{(-1)} = \square$ porque $\square^3 = -1$

Actividad 4: Calcule las siguientes raíces.

1 $\sqrt{\frac{1}{25}} = \underline{\hspace{2cm}}$

1 $\sqrt{\frac{81}{4}} = \underline{\hspace{2cm}}$

2 $\sqrt{\frac{64}{49}} = \underline{\hspace{2cm}}$

2 $\sqrt[3]{-\frac{1}{8}} = \underline{\hspace{2cm}}$

$$1 \rightarrow \sqrt{1} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$1 \rightarrow \sqrt[3]{27} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$2 \rightarrow \sqrt{81} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$2 \rightarrow \sqrt[3]{-1} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$3 \rightarrow \sqrt{36} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$3 \rightarrow \sqrt[3]{-1000} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$4 \rightarrow \sqrt{100} = \underline{\hspace{2cm}}$$

Actividad 5. Calcule las siguientes raíces usando la calculadora.

$$\sqrt{2} \quad \sqrt{10} \quad \sqrt{15} \quad \sqrt{82} \quad \sqrt{300}$$

TEOREMA DE PITÁGORAS

Recordemos algunos términos matemáticos:

- Un **triángulo** es un polígono de tres lados.
- Un **triángulo rectángulo** es un triángulo que tiene un ángulo recto, es decir de 90° .
- La suma de los tres **ángulos internos** de un triángulo es 180° .
- En un triángulo rectángulo, los lados que forman el ángulo recto se llaman **catetos** y el lado opuesto al ángulo recto se llama **hipotenusa**. Ver figura 1.

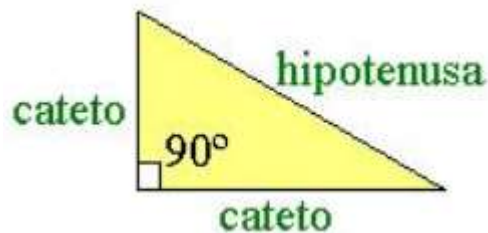
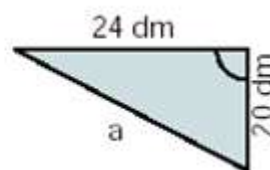
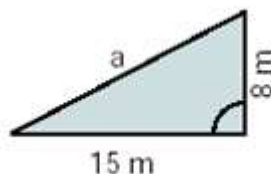
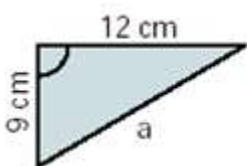
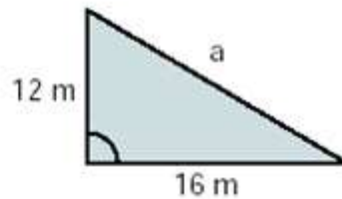
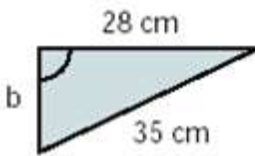
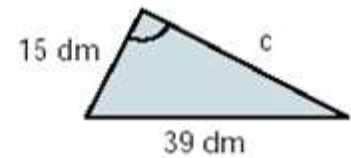
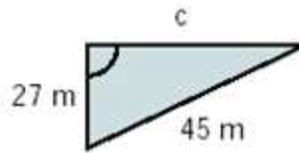
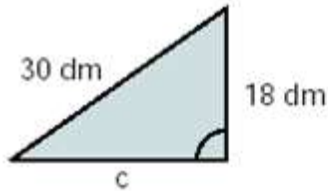
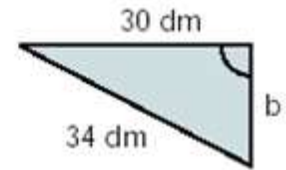
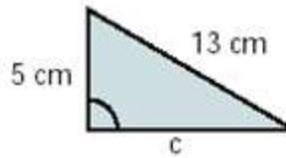
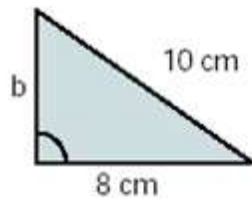


Figura 1

Actividad 6: Marque en cada triángulo rectángulo los catetos y la hipotenusa.

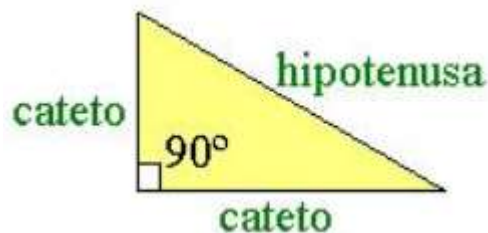




Actividad 7: Usando una escuadra construya triángulos rectángulos cuyos catetos tengan las siguientes medidas. Luego de construir los triángulos rectángulos lo más exactos posibles, mida con la escuadra la longitud de la hipotenusa y escríbala en su taller. No se le olvide marcar los catetos y la hipotenusa.

- 1) Catetos 3cm y 4 cm. Hipotenusa =
- 2) Catetos 5cm y 12cm. Hipotenusa =
- 3) Catetos 6cm y 8cm. Hipotenusa =
- 4) Catetos 8cm y 15cm. Hipotenusa =

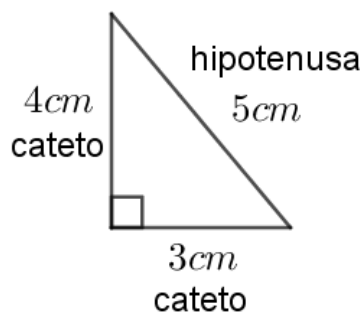
Pitágoras afirmó *en un triángulo rectángulo, el cuadrado de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de los catetos*. Observe la figura 2.



$$\text{hipotenusa}^2 = \text{cateto}^2 + \text{cateto}^2$$

Figura 2

Para la actividad 7 ejercicio 1, observe como se cumple esta relación.



$$\text{cateto}^2 + \text{cateto}^2 = \text{hipotenusa}^2$$

$$4^2 + 3^2 = 5^2$$

$$16 + 9 = 25$$

$$25 = 25$$

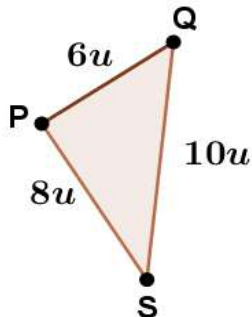
Actividad 8: Verifique que el Teorema de Pitágoras se cumple para los triángulos de la actividad 7.

1) Catetos 5cm y 12cm. Hipotenusa = 13cm

2) Catetos 6cm y 8cm. Hipotenusa = 10cm

3) Catetos 8cm y 15cm. Hipotenusa = 17cm

También, es posible probar que si en un triángulo se cumple que *el cuadrado de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de los catetos* entonces el triángulo es rectángulo. Veamos el **ejemplo 1**: Determine si el $\triangle PQS$ es rectángulo.



$$8^2 + 6^2 = 10^2$$

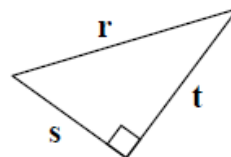
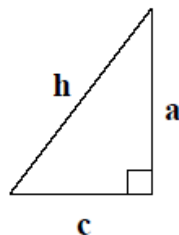
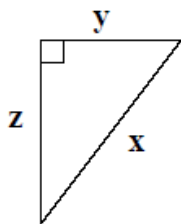
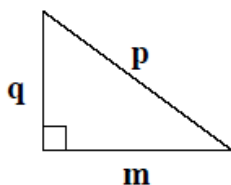
$$64 + 36 = 100$$

$$100 = 100$$

Al cumplirse el Teorema de Pitágoras, podemos afirmar que el $\triangle PQS$ es rectángulo.

Actividad 9:

1) Escribe el Teorema de Pitágoras para los siguientes triángulos rectángulos.



2) Determine si las siguientes tripletas permiten construir un triángulo rectángulo. Use el Teorema de Pitágoras asumiendo que el lado más largo es la hipotenusa. Ver **ejemplo 1**.

a) 3, 4 y 5 cm

b) 5, 12, 13 m.

c) 6, 8, 10 km.

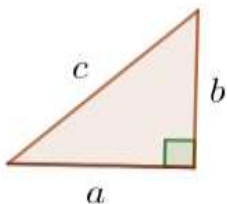
d) 39, 36 y 15 dm.

e) 12, 16, 5 Hm.

¿Quién era Pitágoras?

Pitágoras nació aproximadamente en el año 565 antes de Cristo, en la isla griega de Samos, situada en el Egeo oriental (Grecia). Se dice que era hijo de un acaudalado comerciante llamado Mnesarco. Parece ser que Pitágoras adquirió sus conocimientos matemáticos en aritmética y geometría durante sus viajes a Egipto. Es conocido que los egipcios sabían que un triángulo cuyos lados tengan 3, 4 y 5 unidades de longitud tiene que ser necesariamente un triángulo rectángulo. Además, hay pruebas históricas de que los egipcios conocían más propiedades de tales triángulos, incluyendo una trigonometría rudimentaria. De Egipto, se dice que Pitágoras partió hacia Babilonia (ahora conocida como Irak). En el siglo VI a.C. los babilonios estaban bastante versados en astronomía, ya que habían determinado el ciclo de los eclipses solares y lunares para bastantes siglos. El dominio de lo abstracto de los matemáticos babilonios había superado con creces al de los egipcios. Los babilonios eran capaces de resolver ecuaciones de primer y de segundo grado sin usar notación algebraica. Una tablilla babilonia de arcilla del segundo milenio a. C. perteneciente a la Colección Yale muestra que los babilonios se habían acercado bastante al descubrimiento del teorema que haría famoso a Pitágoras, y conocían la relación existente entre los catetos de un triángulo rectángulo y su hipotenusa (conocían tripletas como 5, 12, 13 y 6, 8, 10).

Cuenta la leyenda que Pitágoras partió de Babilonia y continuó viajando hacia el este; se dice también que conoció Persia (actualmente Irán), la India y Bretaña (actualmente Inglaterra). En la India, en el texto *Suba-Sultra* se encuentran varios teoremas de Matemáticas y pequeñas reglas sobre construcciones de figuras. Para transformar convenientemente un altar, Apastamba autor del texto, construye un triángulo rectángulo cuyos lados miden, respectivamente, 39, 36 y 15. La importancia del trabajo de Pitágoras está en encontrar una fórmula que relaciona los lados de un triángulo rectángulo en general. Ver figura 3.



Teorema de Pitágoras

$$a^2 + b^2 = c^2$$

Esta fórmula es revolucionaria por varias razones: por una parte, caracteriza la distintiva contribución griega a las matemáticas, razón por la cual todavía se considera a los griegos como los fundadores de esta disciplina en muchos aspectos. Por otra parte, fueron los griegos los primeros en convertir las matemáticas en objeto de estudio puramente teórico cuyos métodos podían ser aplicados de manera general; llegaron incluso más lejos, al confirmar esos procedimientos generalizados con pruebas.

Te recomendamos la película *Donald en el país de las matemáticas* para que conozcas sobre otros aportes de Pitágoras al mundo.

<https://www.youtube.com/watch?v=zegO2qlaKIo>

Actividad 10:

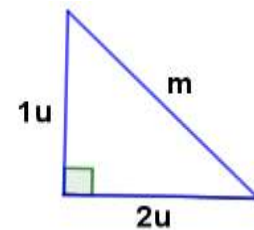
1) Investiga 5 aportes de Pitágoras de Samos al mundo (matemáticas, música, ciencias, etc), diferentes al Teorema del Triángulo Rectángulo.

SUGERENCIA: Se le recomienda que antes de empezar este tema vea el siguiente vídeo

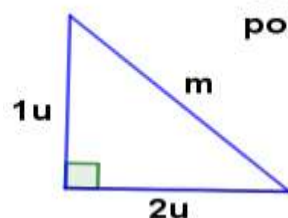
https://www.youtube.com/watch?v=A5GN5Un_4J8

Cálculo de la hipotenusa conociendo los catetos de un triángulo rectángulo

En el siguiente triángulo rectángulo de catetos $1u$ y $2u$ debemos encontrar cuál es el valor de la hipotenusa m .



Primero escribimos el Teorema de Pitágoras para el triángulo rectángulo, luego resolvemos la ecuación y sacamos a ambos lados raíz cuadrada.



Como el $\triangle$ es rectángulo,
por el Teorema de Pitágoras

$$1^2 + 2^2 = m^2$$

$$1 + 4 = m^2$$

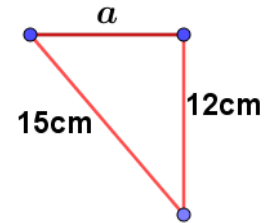
$$5 = m^2$$

$$\sqrt{5} = m$$

Entonces $m = \sqrt{5} u$. Se deja expresado $\sqrt{5} u$ porque la respuesta de esta raíz no es exacta.

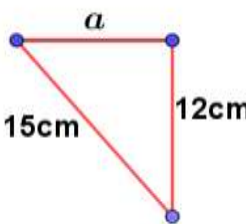
Cálculo de un cateto conociendo el otro cateto y la hipotenusa

En el siguiente triángulo rectángulo debemos encontrar cuál es el valor del cateto a .



Primero escribimos el Teorema de Pitágoras para el triángulo rectángulo, luego resolvemos la ecuación y sacamos a ambos lados raíz cuadrada.

Como el $\triangle$ es rectángulo,
por el Teorema de Pitágoras


$$\begin{aligned}a^2 + 12^2 &= 15^2 \\a^2 + 144 &= 225 \\a^2 &= 225 - 144 \\a^2 &= 81 \\a &= 9\end{aligned}$$

El cateto a mide exactamente 9 cm.

Actividad 11: Para cada uno de los triángulos encuentra la longitud del lado desconocido. (Este lado puede ser la hipotenusa o uno de los catetos).

